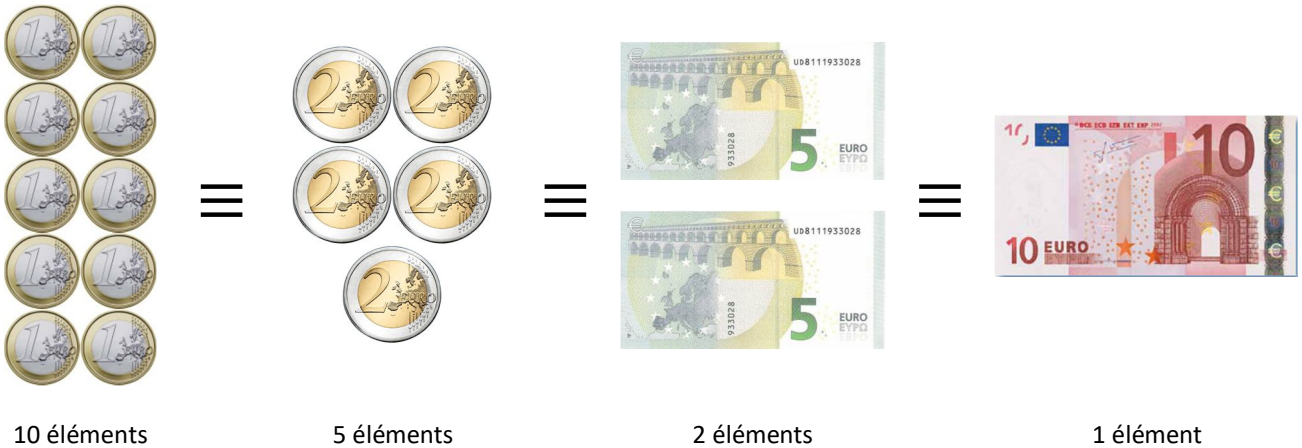


### 3. SIMPLIFICATION DE FRACTION – FRACTION IRRÉDUCTIBLE

Prenons toujours l'exemple de la monnaie.

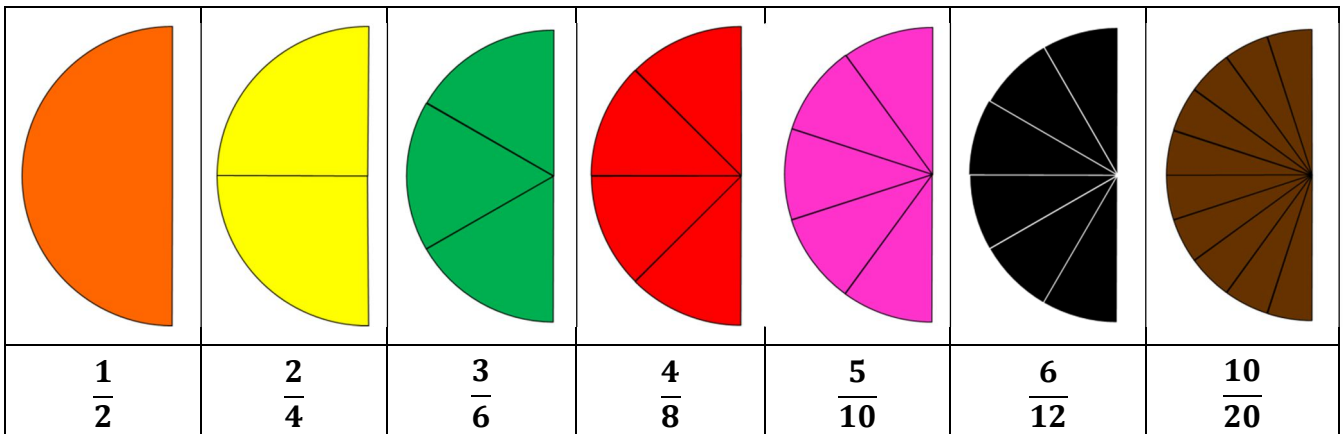
Pour 10 € tu peux avoir 10 pièces de 1 € ou 5 pièces de 2 € ou encore 2 billets de 5 €.

Toutes ces quantités sont équivalentes.



Le billet de 10 € c'est la forme la plus simple pour représenter 10 €, celle où on utilise le moins d'éléments possibles. On dira que 10 € est la forme **irréductible**.

On peut procéder de la même manière pour les fractions. Reprenons notre exemple précédent :



Toutes ces fractions sont équivalentes. Mais la représentation la plus simple, utilisant le moins de « parts » possibles c'est 1/2. C'est-à-dire que c'est la fraction qui aura le plus petit numérateur ou dénominateur possible. 1/2 est ce qu'on appelle une fraction **irréductible**. Le nombre de part est réduit au maximum.



Quand on passe de  $\frac{10}{20}$  à  $\frac{5}{10}$ , on dit qu'on **simplifie** la fraction (on la rend plus simple avec moins de parts).

$$\begin{array}{rcc}
 & \div 2 & \\
 & \curvearrowright & \\
 \text{numérateur :} & 10 & 5 \\
 \hline
 & = & \\
 \text{dénominateur :} & 20 & 10 \\
 & \curvearrowleft & \\
 & \div 2 & 
 \end{array}$$

**Simplifier une fraction revient à diviser le numérateur et le dénominateur par un diviseur commun.**

Ici 10 et 20 ont un diviseur commun qui est 2.

Mais 10 et 20 ont d'autres diviseurs commun comme 5 ou 10.

$$\begin{array}{rcc}
 & \div 5 & \\
 & \curvearrowright & \\
 \text{numérateur :} & 10 & 2 \\
 \hline
 & = & \\
 \text{dénominateur :} & 20 & 4 \\
 & \curvearrowleft & \\
 & \div 5 & 
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcc}
 & \div 10 & \\
 & \curvearrowright & \\
 \text{numérateur :} & 10 & 1 \\
 \hline
 & = & \\
 \text{dénominateur :} & 20 & 2 \\
 & \curvearrowleft & \\
 & \div 10 & 
 \end{array}$$

Lorsqu'on trouve la fraction la plus simple possible et qu'on ne peut plus la simplifier, on dit que c'est une **fraction irréductible** (on ne peut plus la réduire).

Pour pouvoir manipuler facilement la simplification de fractions, il est important que tes tables de multiplication soit un acquis bien solide.

Je te propose de t'entraîner à la page suivante pour te permettre d'assimiler tout ce que l'on vient de découvrir 😊. Tourne la page.



Avant de passer à la simplification de fractions à proprement parler, on va voir si tu arrives à trouver d'un coup d'œil tous les diviseurs communs entre 2 nombres. Ça te permettra de simplifier les fractions beaucoup plus rapidement. Tu peux bien évidemment y parvenir sans maîtriser tes tables, tu y passeras juste plus de temps.

Par exemple si je te dis : 24 et 36. Ils ont plusieurs diviseurs ici représentés en bleu :

$$24 : \mathbf{1} = 24 \quad 24 : \mathbf{2} = 12 \quad 24 : \mathbf{3} = 8 \quad 24 : \mathbf{4} = 6 \quad 24 : \mathbf{6} = 4 \quad 24 : \mathbf{8} = 3 \quad 24 : \mathbf{12} = 2$$
$$24 : \mathbf{24} = 1$$

On peut donc diviser 24 par les nombres entiers suivants : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24

$$36 : \mathbf{1} = 36 \quad 36 : \mathbf{2} = 18 \quad 36 : \mathbf{3} = 12 \quad 36 : \mathbf{4} = 9 \quad 36 : \mathbf{6} = 6 \quad 36 : \mathbf{9} = 4 \quad 36 : \mathbf{12} = 3$$
$$36 : \mathbf{18} = 2 \quad 36 : \mathbf{36} = 1$$

On peut donc diviser 36 par les nombres entiers suivants : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36

Maintenant entoure ceux qu'ils ont en commun.

On trouve les diviseurs communs suivants : 1, 2, 3, 4, 6 et 12. Car :

$$24 : \mathbf{1} = 24 \quad 24 : \mathbf{2} = 12 \quad 24 : \mathbf{3} = 8 \quad 24 : \mathbf{4} = 6 \quad 24 : \mathbf{6} = 4 \quad 24 : \mathbf{12} = 2$$
$$36 : \mathbf{1} = 36 \quad 36 : \mathbf{2} = 18 \quad 36 : \mathbf{3} = 12 \quad 36 : \mathbf{4} = 9 \quad 36 : \mathbf{6} = 6 \quad 36 : \mathbf{12} = 3$$

Entre tous ces diviseurs, lequel est le plus grand ?

C'est 12.

Alors on dira que 12 est le **plus grand diviseur commun (PGDC)** entre 24 et 36.

**Astuce :** pour trouver les diviseurs d'un nombre, il te suffit de penser aux tables de multiplication.

Quand je pense à 24, je pense à :

- $1 \times 24$  ---> donc **1** et **24** sont des diviseurs
- $3 \times 8$  ---> donc **3** et **8** sont des diviseurs
- $2 \times 12$  ---> donc **2** et **12** sont des diviseurs
- $6 \times 4$  ---> donc **6** et **4** sont des diviseurs

Si tu as compris, je te propose de faire un petit quizz à la page suivante pour t'entraîner.



**QUIZZ 9 :** Dans chaque tableau ci-dessous, trouve les diviseurs communs entre les 2 nombres en gris. Détermine alors le plus grand de tous. Le premier tableau est complété en guise d'exemple. Astuce : je te conseille de noter sur une feuille de brouillon les diviseurs de chaque nombre puis d'entourer leurs diviseurs communs.

nombres	24	36	4	12	5	15	8	12
diviseurs communs	1,2, 3, 4, 6, 12							
PGDC	12							

nombres	9	24	12	16	24	16	18	21
diviseurs communs								
PGDC								

nombres	18	24	42	28	18	24	27	36
diviseurs communs								
PGDC								

nombres	25	75	32	96	26	52	32	72
diviseurs communs								
PGDC								

nombres	27	36	54	36	63	36	12	42
diviseurs communs								
PGDC								

nombres	9	45	16	64	16	12	21	49
diviseurs communs								
PGDC								

Vérifie tes réponses dans le livret du contrôle de l'erreur à la page 11.



Je vais maintenant te donner une technique qui te permettra de simplifier rapidement des fractions. Ce n'est qu'une technique bien sûr, mais c'est celle qu'on utilise dans les études supérieures donc à priori, la plus efficace (gain de temps et minimise les erreurs)

**Mais d'abord une question :**

Te rappelles-tu comment on simplifie une fraction ? Écris ta réponse sur les pointillés ci-dessous puis vérifie ta réponse **page 25** dans **l'encadré rouge**

.....

.....

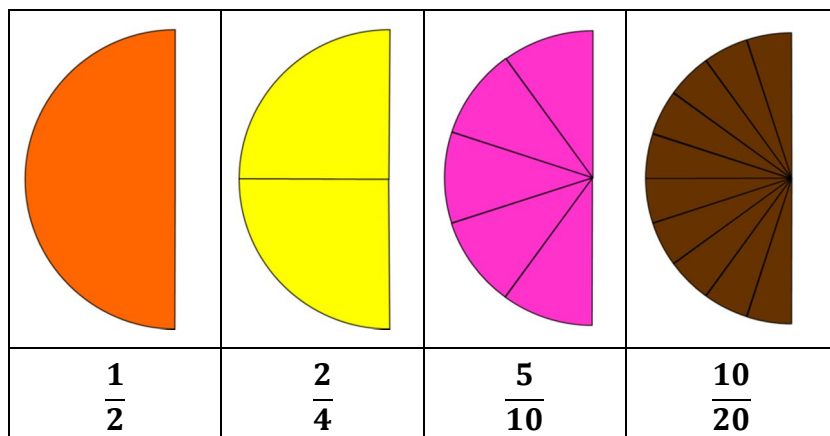
.....

Je vais maintenant te donner une technique qui te permettra de simplifier une fraction à tous les coups sans te tromper, sans difficulté et sans matériel.

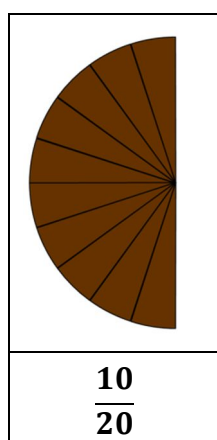
Pour plus de visibilité, changeons de page.



Reprenons l'exemple précédent :



On part de la fraction :



Essayons de décomposer les nombres 10 et 20. On peut dire que :

$$10 = 10 \times 1$$

$$20 = 10 \times 2$$

Et bien on va remplacer les nombres de la fraction et à la place d'écrire 10, on écrira  $10 \times 1$  puisque c'est la même chose !

Et à la place d'écrire 20, on écrira  $10 \times 2$ .

Ça donne :

$$\frac{10}{20} = \frac{10 \times 1}{10 \times 2}$$



Le but est d'obtenir un diviseur en commun au numérateur et au dénominateur. Si on trouve le plus grand possible (le PGDC) on simplifiera la fraction en seule fois.

Et d'ailleurs pourquoi doit-on trouver un diviseur commun ?

**Parce que pour simplifier une fraction, il faut diviser le numérateur et le dénominateur par le même nombre ; il faut donc un diviseur commun au numérateur et au dénominateur.**

$$\frac{10}{20} = \frac{10 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1}{2}$$

Pour aller plus rapidement, on se contente de barrer les 10 (ce qui revient à diviser par 10) puis de recopier les chiffres restants comme ceci :

$$\frac{10}{20} = \frac{\cancel{10} \times 1}{\cancel{10} \times 2} = \frac{1}{2}$$

Mais on aurait aussi très bien pu écrire :

$$\frac{10}{20} = \frac{5 \times 2}{5 \times 4} = \frac{2}{4} = \frac{2 \times 1}{2 \times 2} = \frac{1}{2}$$

Ou

$$\frac{10}{20} = \frac{2 \times 5}{2 \times 10} = \frac{5}{10} = \frac{5 \times 1}{5 \times 2} = \frac{1}{2}$$

Ou

$$\frac{10}{20} = \frac{5 \times 2}{5 \times 4} = \frac{5 \times 2 \times 1}{5 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2}$$





Comme tu peux le constater il n'y a pas une seule façon de parvenir au résultat mais plusieurs.

À toi de trouver la tactique qui te conviendra le mieux. 😊

De toute façon tous les chemins mènent à Rome.



Allez ! Rien ne vaut une petite séance d'entraînement !

Rendez-vous à la page suivante.





**QUIZZ 10 :** Te rappelles-tu ce qu'est une **fraction irréductible** ?

C'est une fraction qu'on ne peut plus simplifier. Le numérateur et le dénominateur n'ont pas de diviseur en commun.

Voilà une série de fractions. Simplifie-les quand c'est possible jusqu'à obtenir une fraction irréductible.

Si tu bloques, tu peux utiliser le matériel mais essaie au maximum de ne pas t'en servir 😊

$\frac{6}{10} =$
$\frac{8}{12} =$
$\frac{6}{20} =$
$\frac{6}{8} =$
$\frac{12}{20} =$
$\frac{9}{12} =$
$\frac{7}{10} =$
$\frac{4}{10} =$
$\frac{5}{20} =$
$\frac{4}{8} =$
$\frac{4}{6} =$
$\frac{15}{20} =$
$\frac{3}{6} =$
$\frac{2}{6} =$

Vérifie tes réponses dans le livret du contrôle de l'erreur à la page 12.



**QUIZZ 11 :** Voilà une série de fractions. Simplifie-les quand c'est possible jusqu'à obtenir une fraction irréductible.

$\frac{24}{36} =$
$\frac{28}{42} =$
$\frac{9}{45} =$
$\frac{16}{64} =$
$\frac{18}{24} =$
$\frac{21}{49} =$
$\frac{12}{16} =$
$\frac{27}{36} =$
$\frac{25}{75} =$
$\frac{32}{96} =$
$\frac{32}{72} =$
$\frac{27}{36} =$
$\frac{36}{54} =$
$\frac{26}{52} =$
$\frac{36}{63} =$
$\frac{12}{42} =$

Vérifie tes réponses dans le livret du contrôle de l'erreur à la page 13.

